
La Biología Matemática

Pedro Miramontes
Grupo de Biomatemática
Facultad de Ciencias, UNAM.

*La matemática nos conduce al territorio de la necesidad absoluta,
al cual no solamente el mundo real debe someterse
sino también todos los mundos posibles¹.*
Bertrand Russel

Introducción

En tiempos recientes ha habido una considerable explosión en lo que se ha dado en llamar *biomatemática* o *biología matemática* : En la gran mayoría de las universidades surgen grupos, centros o institutos que llevan alguno de esos nombres, el número y la frecuencia de conferencias o congresos dedicados a la interacción entre la biología y la matemática han ido en aumento y los posgrados y especializaciones en biomatemática que ofrecen los centros de educación superior se han incrementado notablemente.

¿Qué es exactamente la biomatemática? ¿es una disciplina bien definida con un campo de acción claramente delimitado?. La segunda interrogante tiene respuesta inmediata: La biomatemática no tiene un campo claramente demarcado. Esto no es un defecto, todo lo contrario; las ciencias son entes dinámicos y la visión de la ciencia como algo que se puede dividir o parcelar es incorrecta.

Uno de los propósitos de este ensayo es delinear los propósitos y alcances de la biomatemática, así como el aclarar algunos malentendidos que llevan a interpretaciones erróneas en la interrelación entre la matemática y la biología.

Estadística y biología

¹ “Mathematics takes us into the region of absolute necessity, to which not only the actual world, but every possible world, must conform”.

La primera aclaración se refiere a la muy extendida confusión entre los roles que juega la biometría², que es la estadística aplicada a la biología, y la matemática en la ciencias naturales.

La estadística es, *grosso modo*, la disciplina que se encarga de la recolección, análisis, presentación e interpretación de datos de campo o experimentales. Por su naturaleza misma, la estadística se encuentra indisolublemente ligada a la experiencia empírica y su aplicación a las ciencias naturales no puede trascender este límite. Debido a esto, la estadística es auxiliar de la biología en tanto que facilita la presentación y la obtención de los datos y permite, bajo premisas adecuadas, hacer inferencias acerca de las variables en juego. Sin embargo, su alcance se encuentra severamente acotado por su misma índole de “observación y registro de los hechos” puesto que en su campo de acción no cabe la búsqueda de relaciones dinámicas causales entre las variables relevantes de los sistemas: Como señala José Luis Gutiérrez³

La estadística se convierte en el opuesto metodológico de las construcciones teóricas -en particular, de los sistemas como instrumentos para conocer el mundo- en las que se hace un corte para considerar las cosas como separadas y para representarlas, para volver a presentarlas ya no como cosas solamente sino como cosas interrelacionadas por ello si “matematizar es poner a los objetos a disposición para ser pensados y experimentados” (Santiago Ramírez *dixit*), es natural que los sistemas se constituyan como cuerpos de enunciados formales en donde es posible deducir teoremas que iluminan los procesos que se han vuelto a presentar, es decir, que se da lugar a una matemática propia de la teoría que se trate o del sistema que se está abordando. Es abismal la diferencia entre el empiricismo estadístico dominante en amplias zonas de las ciencias sociales y los intentos de interpretación teórico-sistémica que buscan, por ejemplo, estructuras, niveles de interrelación, dinámicas, principios generales o leyes.

Por la razones expuestas, no se considera a la biometría como parte de la biomatemática, de la misma manera que desde hace poco la estadística dejó de considerarse parte de la matemática. Por otra parte, es enojoso constatar (pero de esto no tiene la culpa la estadística como disciplina) que buena parte de los biólogos, tanto en su trabajo cotidiano como en las comisiones evaluadoras de revistas y proyectos, se han prestado al juego que

² Recientemente se le ha dado en llamar *bioestadística*

³ “Teorías, sistemas y comprensión del mundo”. José Luis Gutiérrez. En “Perspectivas de las teorías de sistemas”. Editor: Santiago Ramírez. Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencia y Humanidades. En prensa.

consiste en buscar el análisis estadístico no como parte integral de una investigación, sino como “validador” o “dispensador” de “cientificidad” de un trabajo dado.

El papel de la matemática no puede ser más distinto: Es la ciencia que se encarga de la deducción lógica de las consecuencias que se pueden obtener de ciertas premisas y es, también es la ciencia de la estructura, relaciones y representaciones de colecciones de objetos.

Hay dos niveles fundamentales en la relación biología-matemática, estos se distinguen nítidamente de acuerdo con sus niveles de abstracción, su utilidad y sus pretensiones de trascendencia: uno es el modelo matemático en biología y el otro, la biología teórica. La suma de estos dos niveles es lo que define los fundamentos de la biomatemática. En las secciones siguientes veremos algunos detalles específicos tanto de los modelos matemáticos, así como una discusión acerca del estado actual de la biología teórica.

La simbiosis

La aplicación del razonamiento matemático en la biología ha tenido un efecto de retroalimentación notable; la matemática a menudo se han inspirado en fenómenos biológicos y esto ha generado nuevos campos de estudio, mientras que la biología se ha beneficiado en muchas de sus áreas del uso de método y lenguaje de las matemáticas.

Estos hechos son interesantes si se toma en cuenta la naturaleza dispar de las dos ciencias: Una que trabaja con rigor y formalismo y la otra de naturaleza en buena parte descriptiva. Esta diferencia no ha sido un obstáculo para un matrimonio largo y fructífero; al contrario, ha sentado las bases de una interacción dialéctica mutuamente ventajosa para ambas partes. La relación no es nueva: más adelante se verá desde cuán lejos en el tiempo, siglo XIII, ya se puede hablar de modelos matemáticos en biología.

Entre los acontecimientos que muestran los beneficios que la matemática ha obtenido de la biología se pueden destacar, sin ánimo de ser exhaustivo, los siguientes

- En la primera mitad del siglo pasado, el biólogo inglés Robert Brown estudiaba el proceso de fecundación de una planta cuando percibió un movimiento oscilatorio extremadamente rápido y cambiante en los granos de polen de la flor cuando estos se encontraban suspendidos en agua. Brown pensó que se trataba de una manifestación de vitalidad del polen. En 1905, Einstein publicó la formalización y explicación

teórica del mismo fenómeno. Dicha teoría se llama *movimiento browniano* y la formulación matemática de Einstein es la base de las teorías matemáticas contemporáneas de difusión y caminatas aleatorias, y además es parte central de la teoría de la probabilidad.

- Inspirado en problemas abiertos de la biología del desarrollo, y sobre una línea de pensamiento sugerida por el embriólogo Conrad Hal Waddington, el eminente matemático francés René Thom desarrolló la teoría de la clasificación de singularidades, la que a su vez ha servido de fundamento para el desarrollo de las teorías de catástrofes y bifurcaciones. Pese a los discutibles intentos de modelación que se dieron en la década de los setenta usando la teoría de catástrofes, ésta ya forma parte importante del acervo matemático.
- La hipótesis darwiniana de evolución por selección natural ha revolucionado la ciencia de la computación y la teoría matemática de optimización. La versión matematizada de aquella hipótesis se llama *algoritmos genéticos* y ahora es herramienta de uso corriente en disciplinas de lo más diverso.
- No se puede dejar de mencionar, para cerrar este breve recuento, la teoría matemática de las *redes artificiales de neuronas*: Un campo tan reciente como fértil y que ha venido a resolver problemas añejos en el campo del reconocimiento de patrones, robótica, sistemas dinámicos, etcétera.

El Modelo Matemático en Biología

Un modelo es una representación imperfecta de la realidad. En ella se recortan los aspectos irrelevantes del fenómeno que se pretende modelar y se destacan los esenciales. Por ejemplo en un modelo de la caída libre de un objeto bajo la acción de la gravedad, son intrascendentes el color, la textura y el olor de éste. Un modelo matemático es aquel en el que la representación de los aspectos relevantes y de sus relaciones causales se hace empleando el razonamiento matemático de derivar resultados a partir de un cuerpo de postulados sobre los cuales hay acuerdo generalizado.

Es imposible afirmar cuando y en donde se formuló el primer modelo matemático de un fenómeno biológico, pero el más antiguo que aparece en la literatura es el propuesto por Leonardo de Pisa (1190-1247), también conocido como Leonardo Pisano o, más comúnmente: *Fibonacci*, quién escribió en su *liber abacus* la siguiente afirmación

Si alguien coloca una pareja de conejos en un sitio rodeado por paredes, ¿cuántas parejas de conejos generará la pareja inicial durante un año si se supone que cada mes una nueva pareja es engendrada por cada pareja que a partir de su segundo mes deviene productiva?⁴

En este enunciado se pueden reconocer los elementos de un modelo matemático moderno. En efecto, se menciona explícitamente cuales son los supuestos o hipótesis en los que se basan las afirmaciones :

1. El hecho de que los conejos estén rodeados de paredes nos dice que la población se encuentra aislada, que no hay emigración, inmigración, depredación, competencia, etcétera.
2. Se especifica la dinámica que provocara cambios en la magnitud de la población; es decir, la dinámica que la rige ("...cada mes una nueva pareja es engendrada...")

Traducido al lenguaje simbólico de la matemática, el enunciado de Fibonacci se puede expresar de la siguiente manera: sea $F(t)$ el numero de parejas de conejos al tiempo t , entonces, puesto que hay una sola pareja al inicio ($t=1$) entonces $F(1)=1$ y, puesto que la primera pareja será reproductora hasta el segundo mes, $F(2)=1$. Al final del segundo mes (comienzo del tercero) tendremos a la primera pareja y su primera progenie: $F(3)=2$, al tercero, éstas dos mas la progenie de la primera: $F(4)=3$, en este momento la segunda pareja deviene fecunda, a la siguiente unidad de tiempo: $F(5)=5$, después $f(6)=8$ y así la sucesión de las parejas de conejos será

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Es decir, $F(n)=F(n-1)+F(n-2)$ con $F(1)=1$ y $F(2)=1$ como condiciones iniciales.

⁴ “Un uomo ha messo un accoppiamento dei conigli in un posto circondato da tutti i lati da una parete. Quanti accoppiamenti dei conigli possono essere prodotti da quell'accoppiamento durante un anno se é supposto che ogni mese ogni accoppiamento comincia un nuovo accoppiamento che dal secondo mese sopra diventa produttivo?”

Un resumen sucinto del proceso sería

- se delimita claramente el fenómeno que se quiere estudiar
- se enuncian los supuestos bajo los cuales se va a estudiar dicho fenómeno
- se deducen las consecuencias matemáticas que se desprenden de las premisas y se cotejan con la realidad.

La serie numérica obtenida (la famosa sucesión de Fibonacci) es la consecuencia lógica de las premisas formuladas y en este sentido el proceso de modelación es una tarea eminentemente matemática. El resultado es evidentemente irreal pues no hay parejas de conejos que se reproduzcan siguiendo esa serie. Sin embargo, no se debe juzgar si este resultado es bueno o es malo, simplemente es correcto a la luz de las hipótesis en que se basa y son éstas las que se deben discutir. En el gremio de los biomatemáticos es común escuchar la broma que se refiere al modelador que comienza su lista de hipótesis diciendo: “considérese una vaca en forma de cilindro semi-infinito...”

A partir de Fibonacci, el alcance y la sofisticación de los modelos matemáticos en dinámica de poblaciones, o en disciplinas cercanas como la epidemiología, se ha incrementado notablemente y han alcanzado grados considerables de refinamiento.

No obstante, la evolución conceptual de dichos modelos a partir del de Fibonacci contiene una secuencia lógica que coincide, a menudo pero no siempre, con el desarrollo histórico o cronológico de la modelación matemática en dinámica de poblaciones⁵.

En este trabajo, se muestra que la evolución de los modelos se puede identificar con un proceso de debilitamiento de las hipótesis o supuestos generales que subyacen al proceso de modelaje.

El avance posterior de la modelación matemática en dinámica de poblaciones no se ha dado a una velocidad constante; hubieron de transcurrir algunos siglos antes de que

⁵ He elegido la dinámica de poblaciones, una subdisciplina de la ecología, porque en ella es particularmente claro el desarrollo conceptual de los modelos matemáticos. El lector no se debe quedar con la impresión de que es la única rama de la biología que se ha ido matematizando paulatinamente. Hoy en día contamos con una rica tradición de modelación matemática en los campos de la neurofisiología, la ecología, la fisiología, la genética de poblaciones, la biología del desarrollo, etcétera. De hecho, es más difícil de encontrar una rama de la biología que no tenga influencia de la matemática que las que sí.

encontremos el famoso Modelo de Malthus⁶. Efectivamente, en 1798 en su libro "Primer Ensayo sobre la Población", el reverendo inglés Robert Malthus⁷ enuncia:

“ ... Supóngase que se satisfacen los siguientes postulados: primero, que la existencia del hombre depende de la cantidad de alimento de la que puede disponer y, segundo, que la pasión entre los sexos es inevitable y ha de permanecer como hasta hoy. Entonces, sostengo que el potencial de la población es infinitamente mayor que el de la Tierra para abastecer a los seres humanos de medios de subsistencia. De hecho, cuando la población no se limita, aumenta geoméricamente mientras que los medios de subsistencia lo hacen sólo de manera aritmética”⁸

Cuyo último párrafo se puede traducir en términos matemáticos como

En donde $N(t)$ y $A(t)$ representan, respectivamente, el número de individuos de una población y la cantidad de alimentos al tiempo t . Adicionalmente, r es la tasa de crecimiento relativo instantáneo *per capita* de la población y k el suministro constante de alimentos por unidad de tiempo. Detrás de esta ecuación subyace una buena colección de supuestos o hipótesis que la sustentan.

Entre ellos, podemos identificar dos tipos esencialmente distintos:

1. Los supuestos matemáticos. Para poder escribir la ecuación, estamos conviniendo implícitamente en que $N(t)$ sea una función continuamente diferenciable. Este tipo de supuestos son naturales desde el punto de vista de la idealización matemática y normalmente se refieren a las propiedades que deben cumplir las funciones involucradas (continuidad, diferenciable, integrabilidad, etcétera), sus dominios (por ejemplo: intervalos no negativos) o algunas de sus propiedades (signos de las

⁶ Famoso por ser uno de los primeros modelos en la historia que incorpora el lenguaje matemático moderno y, desgraciadamente, por servir de base teórica a políticas sociales y económicas racistas y neoliberales. Como se verá en el cuerpo del texto, las hipótesis en las que se basa este modelo son completamente irreales para poblaciones humanas y aún así, los que tienen el poder de decidir políticas demográficas razonan *à la Malthus*.

⁷ Robert Malthus, “primer ensayo sobre la población”. Editorial Altaya.

⁸ “...I think I may fairly make two postulate. First, That food is necessary to the existence of man. Secondly, That the passion between the sexes is necessary and will remain nearly in its present state. Assuming then, my postulate as granted, I say, that the power of population is indefinitely greater than the power in the earth to produce subsistence for man. Population, when unchecked, increases in a geometrical ratio. Subsistence increases only in an arithmetical ratio”.

derivadas, máximos unimodales, etcétera). No dedicaremos demasiada atención a esta clase de restricciones, simplemente supondremos lo que haya que suponer.

2. Los supuestos fenomenológicos. Ellos se refieren a aspectos del sistema biológico que se estudia: El postulado de Malthus acerca de la constancia de la tasa de crecimiento esconde muchas más hipótesis, si cualquiera de ellas se encuentra ausente entonces este postulado no se sostiene.

Los supuestos del segundo tipo que subyacen al modelo de Malthus son los siguientes :

- Los recursos son inagotables y homogéneamente distribuidos. Esta hipótesis es sumamente limitante y no es posible aceptarla si no es bajo condiciones muy especiales, por ejemplo en un cultivo de bacterias bajo condiciones de laboratorio.
- Las generaciones de la población se traslapan. Esta premisa es relativamente débil y, por ende, fácil de aceptar. Son también relativamente pocas las especies que muestran el rasgo opuesto; generaciones separadas o reproducción estacional; como ejemplo de esto último se pueden mencionar las poblaciones de insectos.
- Los individuos de la población son indistinguibles entre sí. De nuevo nos encontramos con una hipótesis fuerte, este supuesto se cumple únicamente en poblaciones de organismos unicelulares. En poblaciones de organismos pluricelulares existen rasgos en la población que distinguen a los individuos entre si y que son relevantes para los propósitos demográficos o de la dinámica de la población. Así, por ejemplo, tenemos que diferencias de edad y de sexo implican diferencias en parámetros poblacionales como mortandad y fecundidad.
- La población se encuentra aislada. Es decir, no interactúa con otras especies. Esta premisa se sostiene únicamente en poblaciones bajo condiciones artificiales.
- La población se encuentra distribuida uniformemente en su hábitat. También es difícil de aceptar pues existen, al menos, dos fuentes de inhomogeneidad que provocan distribuciones geográficas heterogéneas. Una de ellas se debería a la tendencia de muchas especies a formar colonias o mostrar conductas gregarias y la otra a una cierta topografía del terreno que imposibilitase una distribución uniforme de los individuos de la población en el espacio.

- La población es cerrada. No existen los fenómenos de emigración ni inmigración. este supuesto es aceptable en poblaciones aisladas geográficamente (en islas, por ejemplo) o en condiciones de laboratorio.

La ecuación diferencial que se obtiene para el tamaño de la población y su solución

son congruentes con el cuerpo de hipótesis. En particular, la solución es el famoso crecimiento exponencial que es a todas luces discutible pero, insistimos, es la consecuencia lógica de la hipótesis formuladas y son éstas, la igual que en el modelo de Fibonacci, las que hay que discutir.

El quitar una o mas de estas restricciones implica modificar el modelo matemático; prescindir de una restricción fenomenológica implica un modelo más general, más cercano a la realidad, pero comporta un pago en especie matemática; es decir, un modelo más complicado desde el punto de vista matemático. Por ejemplo, si se omite la hipótesis que se refiere a la inagotabilidad de los recursos, se obtiene el modelo de *Verhulst*⁹

Donde K es el límite que el medio le impone a los recursos, la *capacidad de carga del medio*. No analizaremos aquí detenidamente este modelo, únicamente quiero destacar que la solución

es evidentemente más cercana a la realidad en tanto no permite que la población crezca infinitamente, pero también es más evidente que tanto la ecuación de Verhulst como su solución son más complicadas desde el punto de vista de la matemática involucrada que sus contrapartes en el modelo de Malthus.

Podemos continuar el proceso de omitir hipótesis, si se quita aquella de que los individuos sean indistinguibles entre sí, se obtiene el modelo de Leslie¹⁰ para poblaciones estructuradas. Si se omite la del aislamiento de la población, el de Volterra¹¹, si la de distribución uniforme sobre un medio homogéneo, un modelo de parches¹².

⁹ Pierre Francois Verhulst (1804-49), matemático belga que en 1838 publicó su modelo en el trabajo "Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement". *Correspondances Mathematiques et Physiques*, **10** (1838) 113-121.

¹⁰ Leslie, P.H. "On the use of matrices in certain population mathematics". *Biometrika*, **33** (1945).

¹¹ Volterra, V. "Variazioni et fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi". *Mem. R. Acad. Naz. dei Lincei*, **2** (1926), 31-113.

¹² Tilman, D. "Competition and biodiversity in spatially structured habitats". *Ecology*, **75**, (1994) 2.

Si se quitan dos o tres hipótesis simultáneamente, el resultado es algo mucho más cercano a la realidad pero también mucho más complicado.

Aquí resulta pertinente recordar a Jorge Luis Borges¹³

"En aquel imperio, el arte de la cartografía logró tal perfección que el mapa de una sola provincia ocupaba toda una ciudad, y el mapa del imperio toda una provincia. Con el tiempo, estos mapas desmesurados no satisficieron y los colegios de cartógrafos levantaron un mapa del imperio, que tenía el tamaño del imperio y coincidía puntualmente con él. Menos adictas al estudio de la cartografía, las generaciones siguientes entendieron que ese dilatado mapa era inútil y no sin impiedad lo entregaron a las inclemencias del sol y de los inviernos. En los desiertos del oeste perduran despedazadas ruinas del mapa habitadas por animales y por mendigos; en todo el país no hay otra reliquia de las disciplinas cartográficas"

Un modelo matemático es un mapa: en él hay que sacrificar detalles a cambio de operabilidad. El mapa del tamaño del imperio no sirve como tal pues buscar una localidad determinada equivale a caminar sobre el terreno. Para que un mapa sea realmente útil debe de ser portátil aunque para ello haya que omitir detalles, para que un modelo matemático sea útil hay que sacrificar realismo a cambio de "manejabilidad".

El proceso de quitar supuestos para ir ganando generalidad pagando a cambio complejidad matemática se puede continuar, en principio, de manera indefinida. Sin embargo, la mecánica de "a mayor realismo, mayor la complejidad matemática del modelo" suena desalentadora pues implicaría que recoger las sutilezas de sistema biológicos muy intrincados requeriría de modelos matemáticos muy complicados: Según el sapo, la pedrada.

Este fue el paradigma dominante hasta que en 1976 Robert May, un físico australiano trabajando en aquel entonces en la Universidad de Princeton publicó un trabajo¹⁴ que ha provocado una verdadera revolución en la filosofía de los modelos matemáticos en biología (revolución fácilmente extrapolable a modelos en economía y ciencias sociales). May analiza un modelo matemático, extremadamente sencillo, de crecimiento de una población de insectos

¹³ Jorge Luis Borges. "Historia universal de la infamia". EMECE Editores, Buenos Aires, 1954.

¹⁴ R. May. "Simple mathematical models with very complicated dynamics". *Nature*, **261** (1976) 459.

Aquí x_n representa la densidad, normalizada a la unidad, de la población al tiempo n y el parámetro k es la tasa de crecimiento intrínseca de la población (la tasa malthusiana). Este modelo es equivalente al modelo de Verhulst, con la única diferencia que en este caso se tiene una población que se reproduce en generaciones separadas y esa es la razón de que el tiempo marche de manera discreta, en unidades enteras. El valor inicial de la población x_0 se sustituye en la siguiente unidad de tiempo por el resultado de las operaciones indicadas en el lado derecho de la ecuación y este resultado, a su vez, se reemplaza por el consiguiente resultado y de ésta manera se obtiene una *sucesión u órbita de estados poblacionales*.

Para un rango de valores del parámetro k , la sucesión de valores poblacionales tiene como destino final un punto de equilibrio estable. Incrementando la magnitud de k se alcanzan oscilaciones en la sucesión ; primero, de periodo dos, después de periodo cuatro y así sucesivamente hasta llegar a un *régimen caótico* por doblamiento de periodo. En el caos se tiene una convivencia de órbitas de todos los períodos y eso le proporciona la riqueza dinámica que le es característica y que lo distingue nítidamente entre las conductas estables y periódicas, por una parte, y los azarosos.

Aunque la noción de *caos* era conocida desde antes¹⁵ nunca se había presentado un modelo matemático tan simple pudiera generar una dinámica así de compleja.

De esta manera se sentaron las bases para la ruptura paulatina de la idea de que los fenómenos complejos requieren modelos complejos: En principio, un mecanismo sencillo puede modelar un fenómeno biológico muy intrincado.

Biología teórica

*No olvidemos el Goofus Bird, pájaro que
construye su nido al revés y vuela para atrás,
porque no le importa adónde va,
sino donde estuvo.*

(J. L. Borges, El libro de los seres imaginarios)

Existen modelos matemáticos que han logrado explicar, y aún predecir, de manera espectacular muchos fenómenos del mundo vivo¹⁶. Sin embargo, y sin desdeñar la importancia que tienen aquellos, pienso que el aporte más importante que puede hacer la

¹⁵ P. Miramontes. “Predecir el clima es una cosa, predecirlo *correctamente* es otra”. *Ciencias*, **51** (1998), pp. 4-13.

matemática hacia la biología es contribuir a la cimentación de una biología teórica, en donde el calificativo “teórico” tuviese el mismo sentido que en la física teórica: es decir, el tener un cuerpo de leyes y principios a partir de los cuales se pudiesen deducir algunos fenómenos que después se cotejarían con la realidad a efecto de comprobación.

Esta es una tarea hartamente complicada pues no se cuenta con la colaboración de la totalidad del gremio biológico pues buena parte de ellos, quizá la mayoría, piensan que su ciencia es histórica y contingencista y adicionalmente muestran desconfianza y resentimiento hacia el gremio de los físicos. Una de las razones de discrepancia es que matemáticos y físicos, por una parte, y biólogos, por la otra, entienden cosas distintas por “teoría”. Efectivamente, la mayoría de los biólogos piensa que la descripción de una colección de hechos ya constituye en sí una teoría. Por ejemplo, la hipótesis darwiniana de evolución por selección natural o la de evolución por equilibrio punteado, son narrativas acerca de un conjunto más o menos general de acontecimientos y, sin embargo, para los estudiosos de la biología, son teorías. Es más, la primera es “La Teoría” de la biología y a todo fenómeno biológico se le enmarca en dentro de ella. Curiosamente, y en contra de lo que hoy Stephen Jay Gould llama “el fundamentalismo darwinista”, el mismo Darwin¹⁷ en un ejemplo de modestia y honestidad intelectual señaló que el mecanismo por él propuesto tenía limitaciones.

Para matemáticos y físicos, una teoría es un cuerpo de postulados cuyas consecuencias pueden verificarse y a partir de los cuales se pueden deducir consecuencias lógicas congruentes con ese cuerpo de postulados.

¹⁶ El ya clásico modelo de Hodgkin y Huxley que estudia la transmisión eléctrica en los nervios (Hodgkin, A.L. and Huxley, A.F. “A qualitative description of membrane current and its applications to conduction and excitation in nerve”. *Journal of Physiology* **117** (1952), 500-554. El de Octavio Miramontes en conjunto con Ricard Solé y Brian Goodwin (*Physica D* **63** (1993), 145-160) que se refiere a la conducta colectiva de insectos sociales y el maravilloso modelo de Douady y Couder (“Phyllotaxis as a physical self-organized growth process”. *Physical Review Letters*, **68** (1992) 2098-2101) acerca de la autoorganización y emergencia de formas en la anatomía vegetal.

¹⁷ Darwin escribe en la edición de 1872 de “El origen de la especie”: “As my conclusions have lately been much misrepresented, and it has been stated that I attribute the modification of species exclusively to natural selection, I may be permitted to remark that in the first edition of this work, and subsequently, I placed in a most conspicuous position—namely at the close of the Introduction—the following words: “I am convinced that natural selection has been the main but not the exclusive means of modification.” This has been of no avail. Great is the power of steady misrepresentation....”

Si la biología fuera en realidad la suma de una serie infinita de pequeños acontecimientos fortuitos, como pregonaba la escuela contingencista¹⁸, entonces la historia de la vida en la tierra sería un acontecimiento único e irrepetible. Sin embargo, aunque minoritaria, también existe la postura opuesta: En palabras de Christian de Duve¹⁹

...La vida no se produjo en un único destello. Sólo un milagro podría haberla generado de ese modo. Si la vida surgió merced a sucesos científicamente explicables, debe de haber pasado por una muy larga sucesión de etapas químicas que la llevaron a la formación de agregados moleculares cada vez más complejos. Por ser de naturaleza química, aquellas etapas deben de haber sido fuertemente deterministas y [por ende] reproducibles; [deben haber sido] impuestas por las condiciones químicas y físicas bajo las cuales tuvieron lugar.”²⁰

Aquí se impone una toma de posición: Si se piensa que la vida -la materia prima de la ciencia biológica- es un evento histórico irrepetible, ya sea por ser producto del azar o de un acto divino, entonces los eventos de la evolución biológica no son sujetos de verificación (o de *falsación* como Popper exigía de cualquier disciplina que se llamase *científica*) y, consecuentemente, no cabe la posibilidad de la existencia de una biología teórica.

La otra alternativa es que la vida, como lo señala de Duve, sea una consecuencia obligada de las leyes naturales del universo, de esta manera la biología sería una ciencia en la cual sus enunciados serían sujetos de verificación y, de esta manera, la biología podría poseer teorías que intentasen explicar (encontrar relaciones causales) y no únicamente describir como lo ha hecho hasta ahora. Es imperativo que la biología se despoje del síndrome del *goofus bird* y dirija sus miras hacia adelante.

El origen del orden

¿Y dónde entran las matemáticas en la discusión de si la biología puede ser o no una ciencia teórica?

¹⁸ Stephen Jay Gould. “Wonderful life”. Norton, 1990.

¹⁹ Christian de Duve. “The Constraints of Chance”. *Scientific American*, Enero de 1996.

²⁰ “If life appears by way of scientifically explainable events, it must have followed a very long succession of chemical steps leading to the formation of increasingly complex molecular assemblages. Being chemical, those steps must have been strongly deterministic and reproducible, imposed by the physical and chemical conditions under which they took place”.

En el fondo de la discusión esbozada en la sección anterior, se encuentra la necesidad que tiene la biología de encontrar un mecanismo que explique de donde proviene el orden biológico: ¿de dónde sale la energía o el impulso que organiza a la materia inerte y la convierte en materia viva?

Durante siglos (y todavía para algunos) dicha energía vital era de origen divino. Esa escuela es la escuela del *vitalismo* y para ellos la diferencia entre el mundo de lo orgánico y lo inorgánico es la fuerza vital que proviene directamente de la deidad. Aunque dicha filosofía tiene el poder de explicar absolutamente todo de manera clara y precisa (invocando al creador) ya no es considerada, salvo por sus seguidores, como una corriente que forme parte del gremio científico.

A mediados del siglo pasado, Charles Darwin aleja la discusión del origen del orden biológico de las iglesias y la lleva a las aulas universitarias. Según Darwin y sus seguidores, el orden en biología proviene del mecanismo de selección natural: dicho mecanismo es el que filtraría el desorden provocado por una serie de mutaciones ciegas y azarosas para crear el orden jerárquico que atestigüamos hoy en día.

Darwin tuvo el enorme mérito señalado en el párrafo anterior; sin embargo, desde un punto de vista estrictamente epistemológico, su hipótesis es equivalente a la de los vitalistas. En efecto, una teoría que explique absolutamente todo y que no se pueda sujetar a la verificación, no es una teoría científica. Muchos biólogos notables piensan que el enunciado de Darwin constituye la única (y por *default* la mejor) teoría que se tiene en biología y aducen como ejemplos aparentemente incontestables el fitomejoramiento y la adaptación. Lamentablemente estos magros ejemplos quedan muy por debajo de sus mismas pretensiones de teorizar la evolución de la vida.

Aquí es donde aparece una alternativa viable y que puede ser buena o mala, pero que al menos tiene el mérito de ser eventualmente verificable. En 1987, Per Bak y dos de sus colaboradores²¹ acuñaron el término *criticalidad autoorganizada* para referirse a la combinación de dos fenómenos que ya eran conocidos por separado por los físicos: La *autoorganización* que se refiere a la capacidad que poseen ciertos sistemas fuera del equilibrio de mostrar la aparición espontánea de estructuras espaciales en ausencia de parámetros externos. Por ejemplo, los intrincados patrones que se observan en el crecimiento de colonias de bacterias en cultivos artificiales, las formas caprichosas pero

²¹ P. Bak, C. Tang and K. Wiesenfeld. "Self-organized criticality". *Physical Review Letters*, 59 (1987) , 381-384.

describibles y clasificables de las nubes, los patrones emergentes en reacciones químicas tipo Belusov-Zhabotinski y las formas de las plantas estudiadas por la filotaxia. Adicionalmente, la noción de *criticalidad* es vieja en la termodinámica: cuando las variables de estado (*vbgr* temperatura y presión) de un sistema se aproximan a las de un *punto crítico* (un tipo de transición de fase), sucede que la correlación o comunicación entre los componentes del sistema aumenta dramáticamente, en el sentido de que una perturbación local puede afectar al sistema entero y no únicamente a una vecindad de donde ocurre. Esta condición del sistema se llama “estado crítico” y se dice que el sistema se encuentra en la “zona crítica” o bien que posee la propiedad de “criticalidad”. Tanto el fenómeno de autoorganización como el de criticalidad tienen un poderoso formalismo matemático detrás y su legitimidad en la física se encuentra más allá de cualquier duda.

La *criticalidad autoorganizada* consiste de sistemas en los que, a diferencia de la criticalidad que requiere de la sintonización de un parámetro (*vbgr* la temperatura), el estado crítico se alcanza de manera espontánea y, por lo tanto, la generación de orden es una consecuencia exclusiva de las leyes que gobiernan la materia y no se necesita apelar a factores exógenos o *ad hoc*. En la criticalidad autoorganizada el incremento en la complejidad es una consecuencia casi inevitable de sistemas que constan de muchos elementos que interactúan entre sí de manera no-lineal.

Los sistemas con criticalidad autoorganizada exhiben una serie de propiedades harto interesantes: No tienen una escala característica de tiempo ni de espacio, esta invariancia conduce a menudo a la autosemejanza y ésta a su vez es un ingrediente de la fractalidad. Las correlaciones entre las partes de un sistema con criticalidad autoorganizada decaen con la distancia de manera polinomial y esto es coincidente con la noción de *caos débil* (o *borde del caos*), en tiempos recientes se ha especulado mucho acerca de las propiedades del caos débil y honestamente hay que reconocer que es más lo que se ignora que lo que se conoce. Sin embargo, ya se tienen resultados sólidos para casos específicos y particulares, entre los más notables se tiene que un sistema que se encuentra al borde del caos maximiza su capacidad de portar y procesar información, la de adaptación y aprendizaje.

Tenemos con la criticalidad autoorganizada todos los ingredientes para elaborar una propuesta ambiciosa que sienta las bases de una biología moderna y de grandes alcances:

un mecanismo que explora el espacio de posibilidades de manera caótica, es decir “inteligente” en el sentido que solamente se sondan aquellos estados compatibles con la dinámica del sistema (en contraposición a la exploración aleatoria de la selección natural), que tolera la convivencia de fases (como en los puntos críticos que corresponden a transiciones de segundo orden), que produce emergencia de patrones (vía la ruptura de simetrías). En pocas palabras, un mecanismo de generación de orden que es totalmente natural y por tanto no requiere de la invocación al Dios de las religiones o al moderno dios de la selección natural.

Es justamente aquí donde la matemática y física contemporáneas pueden prestar grandes servicios a la biología a cambio de la inspiración que ésta les ha proporcionado durante siglos.

Colofón

En 1998 se cumplieron cincuenta años de la muerte de D’Arcy Wentworth Thomson, una de las personalidades más destacadas en la historia mundial de la ciencia: Académico de gran cultura científica y humanística y posiblemente el primer biomatemático de la historia moderna y que tuvo que navegar toda su vida a contracorriente con respecto a los paradigmas dominantes de la biología de su tiempo.

Quisiera sumarme a los reconocimientos que se le han brindado a lo largo de ese año citando un fragmento de su pensamiento²². Su hermosa prosa poética resume en un par de párrafos lo que yo he intentado decir en quince cuartillas.

...Célula y tejido, caparazón y hueso, hoja y flor; son parte de la materia y es de conformidad con las leyes de la física que sus componentes se han moldeado y conformado. No hay excepciones a la regla: Dios siempre hace geometría. Los problemas de la forma orgánica son en primera instancia problemas matemáticos, los problemas del desarrollo son esencialmente problemas físicos y el morfológico es, *ipso facto*, un estudioso de la física...”

Ciudad de México, noviembre de 1998

²² “On growth and form”. D’Arcy Thompson. Dover Publications Inc. New York, 1986.

